

2411001002043001
EXAMINATION FEBRUARY-MARCH 2024
BACHELOR OF SCIENCE (COMP. SCI.)
(SECOND SEMESTER) (NCP-NEP)
MDC - MATRICES AND DETERMINANTS LEVEL 4

[Time: As per Schedule]

[Max. Marks:50]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book
 - a. Name of the Examination: **BACHELOR OF SCIENCE (COMP. SCI.) (SECOND SEMESTER) (NCF-NEP)**
 - b. Name of the Subject : **MDC - MATRICES AND DETERMINANTS LEVEL 4**
 - c. Subject Code No : **2411001002043001**
2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

Q.1 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ દસ)
Answer the following (Any ten)

10

- 1 જો શ્રેણિક A વિસંમિત હોય તો દર્શાવો કે $A^T = -A$
If A is a Skew-Symmetric matrix then show that $A^T = -A$
- 2 વ્યાખ્યા આપો: લાક્ષણિક સમીકરણ.
Define Characteristic Equation.
- 3 અસામાન્ય શ્રેણિકની વ્યાખ્યા આપો.
Define Singular matrix with illustration.
- 4 જો A હર્મિટીયન શ્રેણિક હોય તો દર્શાવો કે કોઇપણ શ્રેણિક B માટે $B^0 AB$ સંમિત શ્રેણિક થાય.
If A is a Hermitian matrix then show that for any matrix B the matrix $B^0 AB$ is a Hermitian matrix.
- 5 દર્શાવો કે વિસંમિત શ્રેણિકના વિકર્ણી ઘટકો શૂન્ય થાય:
Show that the diagonal elements of a Skew-Symmetric matrix are zeros.
- 6 ચોરસ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
Define Square matrix with illustration.

7 નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} -\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$ નું મૂલ્ય શોધો.

Obtain the value of the determinant $A = \begin{vmatrix} -\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$

8 નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 8 & 4 & 0 \\ -9 & 5 & 7 \end{vmatrix}$ માં 8 નો સહઅવયવ શોધો.

Find the minor of element 8 in the determinant $A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 8 & 4 & 0 \\ -9 & 5 & 7 \end{vmatrix}$

9 લંબ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.

Define Orthogonal matrix with illustration.

10 નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 5 & -1 & 3 \\ -8 & 6 & 2 \end{vmatrix}$ પર અનુક્રમે R_{13} અને $R_3(-2)$ કરતાં મળતો

નિશ્ચાયક લખો.

Find the Determinant by operating R_{13} and $R_3(-2)$ respectively on

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 5 & -1 & 3 \\ -8 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

11 શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ માટે લાક્ષણિક સમીકરણ મેળવો.

Obtain Characteristic Equation for the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

12 પંક્તિ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.

Define Row matrix with illustration.

Answer the following (Any two)

1 જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -6 \end{bmatrix}$ અને શ્રેણિક $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -6 & 5 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ હોય તો દર્શાવો કે $(AB)^T = B^T A^T$

If matrix $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -6 \end{bmatrix}$ and matrix $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -6 & 5 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ then show that $(AB)^T = B^T A^T$

2 જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 + 3i & 3i & -3 + 3i \\ -2 + 6i & 1 + i & 12 \\ -10 & 6i & 3 + 7i \end{bmatrix}$ અને શ્રેણિક $B = \begin{bmatrix} 8 - 4i & 2 - 3i & -1 + 5i \\ 3 + 7i & 2 - 5i & 2i \\ 0 & 1 & 2 - 10i \end{bmatrix}$ હોય તો દર્શાવો કે

(i) $(A+B)^T = A^T + B^T$

(ii) $(A+B)^\theta = A^\theta + B^\theta$

If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 + 3i & 3i & -3 + 3i \\ -2 + 6i & 1 + i & 12 \\ -10 & 6i & 3 + 7i \end{bmatrix}$ and matrix $B = \begin{bmatrix} 8 - 4i & 2 - 3i & -1 + 5i \\ 3 + 7i & 2 - 5i & 2i \\ 0 & 1 & 2 - 10i \end{bmatrix}$ then show that

(i) $(A+B)^T = A^T + B^T$

(ii) $(A+B)^\theta = A^\theta + B^\theta$

3 જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^2 - 4A - 5I$ ની કિંમત શોધો.

If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ then find the value of $A^2 - 4A - 5I$

Q.3 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ બે)

10

Answer the following (any two) :

1 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક સહઅવયવજ શ્રેણિકની મદદથી મેળવો.

Find the inverse of given matrix using adjoint of the matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

2 સાબિત કરો કે $\begin{bmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = - (x-y)(y-z)(z-x)$

Prove that $\begin{bmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = - (x-y)(y-z)(z-x)$

3 $\begin{vmatrix} 2x+3 & 3x+4 & 4x+5 \\ x+2 & 2x+3 & 3x+4 \\ 3x+5 & 5x+8 & 10x+17 \end{vmatrix} = 0$ નો ઉકેલગણ શોધો.

Obtain the solution of $\begin{vmatrix} 2x+3 & 3x+4 & 4x+5 \\ x+2 & 2x+3 & 3x+4 \\ 3x+5 & 5x+8 & 10x+17 \end{vmatrix} = 0$

Q.4 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ બે)

10

Answer the following (Any two)

1 દર્શાવો કે કોઇપણ ચોરસ શ્રેણિકને અનન્ય રીતે એક સંમિત અને એક વિસંમિત શ્રેણિકના સરવાળા સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય છે.

Show that any square matrix can be represented uniquely as a sum of a symmetric matrix and skew-symmetric matrix.

2 નીચે આપેલ સમીકરણ સંહિતનો ઉકેલ કેમરના નિયમથી મેળવો.

$$x + y + z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$x + 4y + 9z = 6$$

Solve the following system of equations using Cramer's Rule:

$$x + y + z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$x + 4y + 9z = 6$$

3 નીચે આપેલ સમીકરણ સંહિતનો ઉકેલ માર્ટિનના નિયમથી મેળવો.

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

Solve the following system of equations using Martin's Rule:

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

Q.5 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ બે)

10

Answer the following (Any two)

1 શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક કેવી હેમિલ્ટન પ્રમેયની મદદથી શોધો.

Find Inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ using Cayley-Hamilton theorem.

2 શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ ના આત્મમૂલ્યો શોધો અને સૌથી નાના આત્મમૂલ્યને સંગત આત્મસદિશ મેળવો.

Find eigen values of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ and also find eigen vector corresponding to smallest eigen value.

3 શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ના આત્મમૂલ્યો અને તેને સંગત આત્મસદિશો શોધો.

Find eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$
